

ÜBERSICHT

Satz des Pythagoras

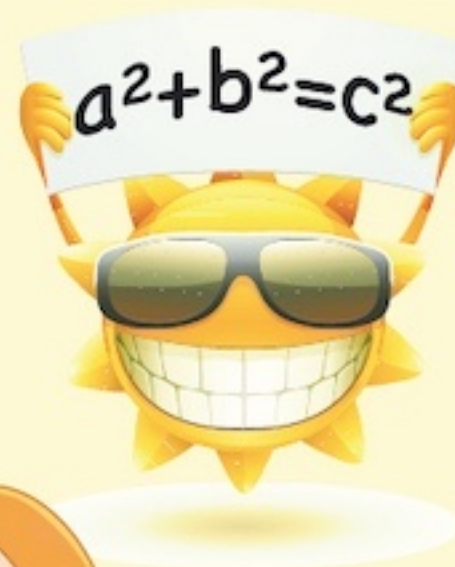
1 Der Satz des Pythagoras

2 Pythagoras Beweis 1

3 Pythagoras Beweis 2

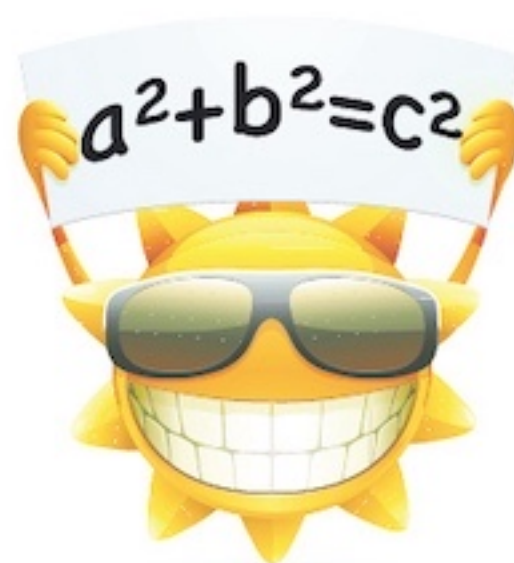
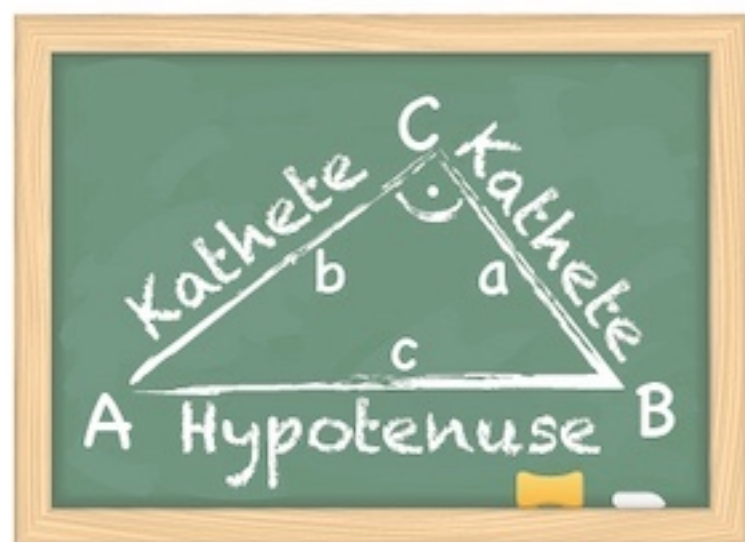
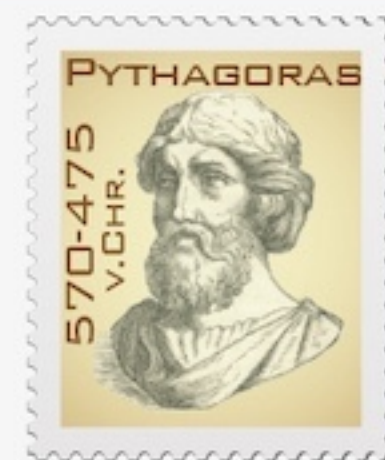
4 geometrische Formeln

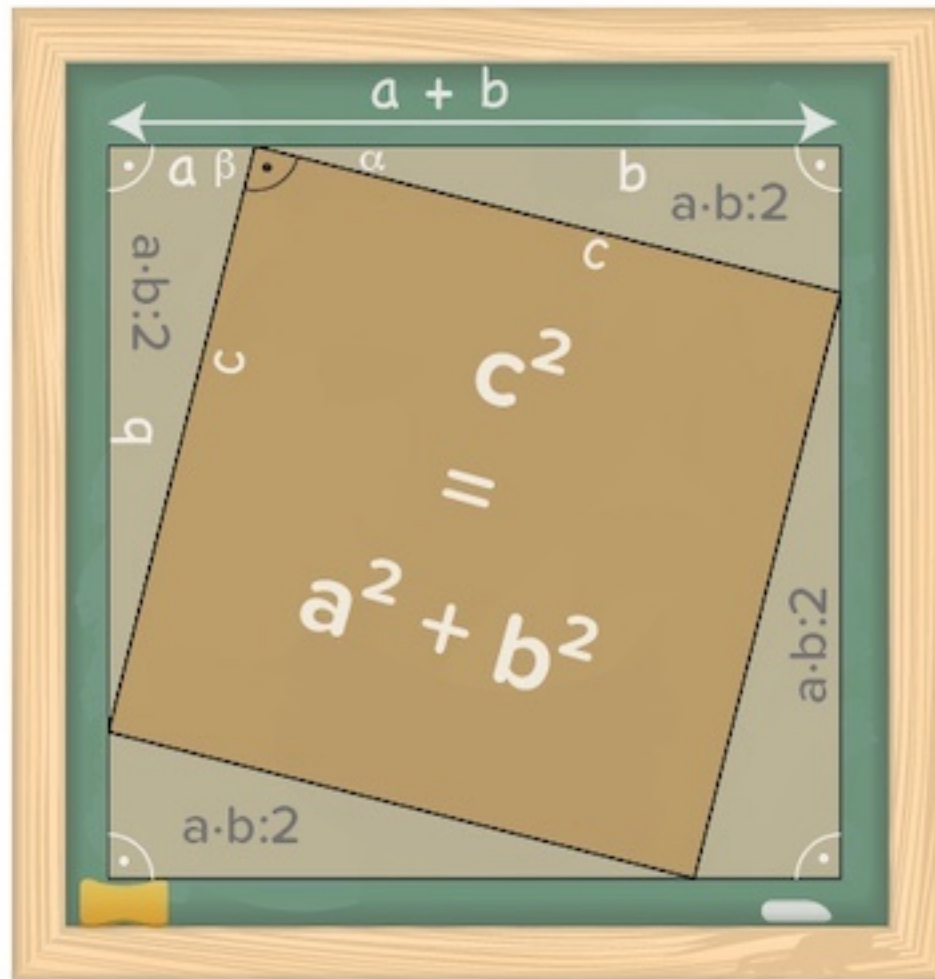
Satz des Pythagoras



Satz & Infos

In rechtwinkligen Dreiecken ist die Summe der Kathetenquadrate genauso groß wie das Hypotenusenquadrat. Der Lehrsatz wurde schon in anderen Hochkulturen benutzt, so zum Beispiel bei den Ägyptern ca. 2300 v. Chr. Es gab so genannte Seilspanner, die die Aufgabe hatten, rechtwinklige Dreiecke mit den Seitenlängen 3, 4 und 5 zu konstruieren.



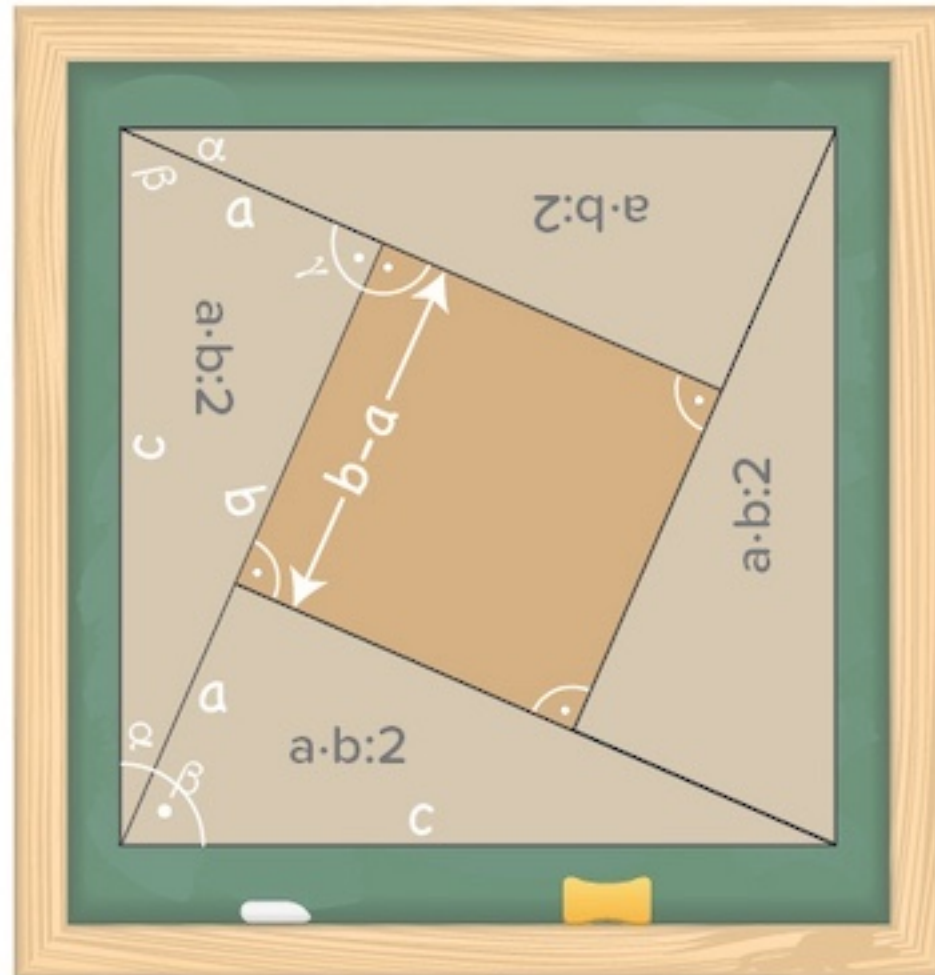


Erklärung

Aus den 4 rechtwinkligen Dreiecken entsteht ein großes Quadrat.
Die innere Figur ist ein Quadrat, da die Winkel α und β zusammen 90° sind und $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

$$\begin{aligned}
 & \text{großes Quadrat} = c^2 \\
 & \text{großes Quadrat} - 4 \text{ Dreiecke} = \\
 & (a+b)^2 - 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = \\
 & (a^2 + 2ab + b^2) - 2 \cdot ab = \\
 & a^2 + b^2
 \end{aligned}$$





Erklärung

Aus den 4 rechtwinkligen Dreiecken entsteht ein großes Quadrat c^2 , da $\alpha + \beta = 90^\circ$ ist. Die innere Figur ist ein Quadrat, da $\gamma = 90^\circ$ ist und $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

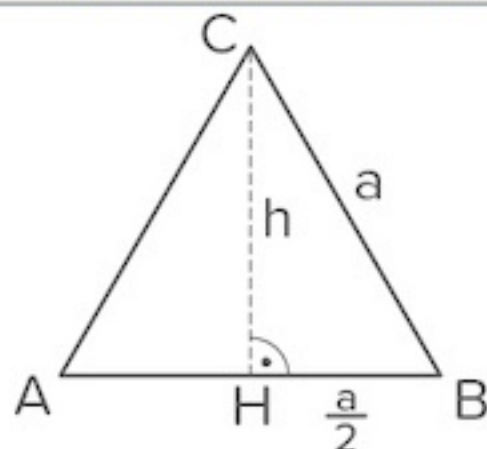
$$\begin{aligned}
 & c^2 \\
 = & \text{inneres Quadrat} + 4 \text{ Dreiecke} \\
 = & (b-a)^2 + 4 \cdot ab:2 \\
 = & (b^2 - 2ab + a^2) + 2 \cdot ab \\
 = & a^2 + b^2
 \end{aligned}$$



4 Pythagoras und geometrische Formeln

Satz des Pythagoras

HÖHE IM GLEICH-SEITIGEN DREIECK



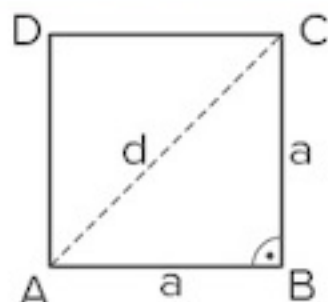
Dreieck CHB
ist rechtwinklig

$$\begin{aligned}h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 &= a^2 \\h^2 &= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\h^2 &= a^2 - \frac{a^2}{4} \\h^2 &= \frac{3}{4}a^2 \\h &= \sqrt{\frac{3}{4}a^2}\end{aligned}$$

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$



DIAGONALE IM QUADRAT

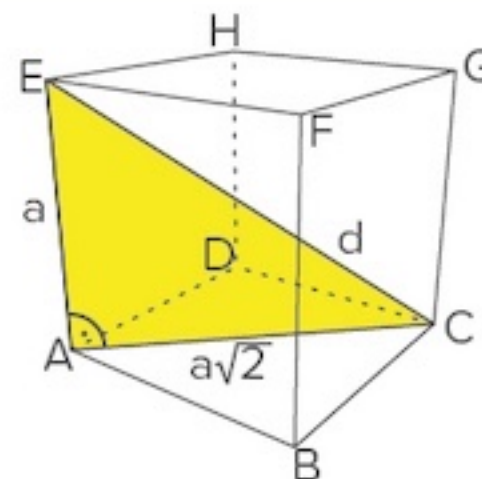


Dreieck ABC
ist rechtwinklig

$$\begin{aligned}d^2 &= a^2 + a^2 \\d^2 &= 2a^2 \\d &= \sqrt{2a^2}\end{aligned}$$

$$d = a\sqrt{2}$$

DIAGONALE IM WÜRFEL



Würfel diagonale:
 $d = EC$

Quadratdiagonale: AC
Dreieck ACE
ist rechtwinklig

$$\begin{aligned}d^2 &= a^2 + (a\sqrt{2})^2 \\d^2 &= a^2 + 2a^2 = 3a^2\end{aligned}$$

$$d = a\sqrt{3}$$