Potenzgesetze

1 Ganzzahlige Exponenten — 2 Zehnerpotenzen

Potenzen 3 mit gleicher Basis 4 mit gleichen Exponenten

5 Potenzieren von Potenzen

Begriffe

$$\underbrace{2}_{\text{Basis}}^{\overbrace{3}^{\text{Exponent}}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{3 Faktoren}} = 8$$

Regeln

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$a^p \cdot b^p = (a \cdot b)^p$$

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Potenzen sind Kurzschreibweisen für Produkte mit gleichen Faktoren.

Allgemein

$p > 1 \rightsquigarrow a^p = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{p-Faktoren}}$

$p = 1 \rightsquigarrow a^1 = a$

$p = 0 \rightsquigarrow a^0 = 1 \quad \text{mit } a \neq 0$

$p < 0 \rightsquigarrow a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad \text{mit } a \neq 0$

Begriffe

$$2^{3} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{3 Faktoren}} = 8$$

Exponent

Basis

Beispiele

1

$2^4 = 16 \xrightarrow{-1} 2^3 = 8 \xrightarrow{-1} 2^2 = 4 \xrightarrow{-1} 2^1 = 2 \xrightarrow{-1} 2^0 = 1 \xrightarrow{-1} 2^{-1} = \frac{1}{2^1} \xrightarrow{-1} 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

$16 \xrightarrow{:2} 8 \xrightarrow{:2} 4 \xrightarrow{:2} 2 \xrightarrow{:2} 1 \xrightarrow{:2} \frac{1}{2^1} \xrightarrow{:2} \frac{1}{4}$

2

Kehrwert bilden

$\frac{1}{2}^{-2} = \frac{1}{\frac{1}{2}^{2}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 1 : \frac{1}{4} = 4 = 2^2 = \frac{2}{1}^{2}$

3

$\frac{4}{5}^{-1} = \frac{5}{4}$

4

$\frac{3}{2}^{-3} = \frac{2}{3}^{3} = \frac{8}{27}$

Potenzgesetze

Potenzgesetze

Potenzen mit der Basis 10 sind Zehnerpotenzen.

Exponent gibt Anzahl der Nullen an

$$10^{4} = 10\cdot10\cdot10\cdot10 = 10\,000$$

Taschenrechner — dezimal

$$2{,}6\cdot10^{6} = 2{,}6\cdot1\,000\,000 = 2\,600\,000$$

Verschiebe das Komma um 6 Stellen nach rechts

Exponent gibt Stelle der 1 nach dem Komma an

$$10^{-3} = \frac{1}{10^{3}} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

Taschenrechner — dezimal

$$1{,}9\cdot10^{-4} = 1{,}9\cdot\frac{1}{10\,000} = 0{,}00019$$

Verschiebe das Komma um 4 Stellen nach links

Potenzen mit gleicher Basis

Potenzgesetze

Multiplikation

Beispiele

1. $3^{2} \cdot 3^{3} = \underbrace{3\cdot 3}_{2} \cdot \underbrace{3\cdot 3\cdot 3}_{3} = 3^{5} = 3^{2+3}$

   2 + 3 = 5 Faktoren

2. $x^{k+2} \cdot x^{2k-3} = x^{(k+2)+(2k-3)} = x^{3k-1}$

Allgemein

$a^{p} \cdot a^{q} = a^{p+q}$

Potenzen mit gleicher Basis werden **multiplizert**, indem man die Exponenten **addiert**.

Division

Beispiele

1. $3^{2} : 3^{3} = \frac{3^{2}}{3^{3}} = \frac{\cancel{3}\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot 3} = \frac{1}{3} = 3^{-1} = 3^{2-3}$

2. $\frac{x^{-k+1}}{x^{-2k-1}} = x^{(-k+1)-(-2k-1)} = x^{-k+1+2k+1}$
   $= x^{k+2}$

Allgemein

$a^{p} : a^{q} = a^{p-q}$

Potenzen mit gleicher Basis werden **dividiert**, indem man die Exponenten **subtrahiert**.

Potenzgesetze

Multiplikation

Beispiele

1. $4^3 \cdot 5^3 = 4\cdot4\cdot4 \cdot 5\cdot5\cdot5 =$
$(4\cdot5)\cdot(4\cdot5)\cdot(4\cdot5) = (4 \cdot 5)^3 = 20^3$

2. $3^{k-1} \cdot x^{k-1} \cdot \frac{1}{2}^{1-k} = (3x)^{k-1} \cdot 2^{-(1-k)}$
$= (6x)^{k-1}$

Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man die Basisfaktoren multipliziert und das Produkt mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert.

Allgemein
$a^p \cdot b^p = (a\cdot b)^p$

Division

Beispiele

1. $8^3 : 4^3 = \frac{8\cdot8\cdot8}{4\cdot4\cdot4} = \frac{8}{4}\cdot\frac{8}{4}\cdot\frac{8}{4} = (\frac{8}{4})^3$
$= 2^3$

2. $\frac{(6x)^{k+1}}{(2y)^{k+1}} = \left(\frac{6x}{2y}\right)^{k+1} = \left(\frac{3x}{y}\right)^{k+1}$

Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem man die Basisfaktoren dividiert und den Quotienten mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert.

Allgemein
$a^p : b^p = (\frac{a}{b})^p$

Potenzgesetze

Regel

Beispiele

① $(5^2)^{\boxed{4}} = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = (5\cdot5)\cdot(5\cdot5)\cdot(5\cdot5)\cdot(5\cdot5) = 5^8$

$\boxed{\text{4 Faktoren}}$ $2\cdot4 = 8$ Faktoren

② $(2x^{-2})^{-n} = 2^{-n}\cdot x^{(-2)\cdot(-n)} = 2^{-n}\cdot x^{2n}$

Allgemein

$(a^p)^q = a^{p\cdot q}$

Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.

Binomische Formeln

① $(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$

$(3x^3 + y^5)^2 = (3x^3)^2 + 2\cdot3x^3y^5 + (y^5)^2$

$= 9x^6 + 6x^3y^5 + y^{10}$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$

$(7x^2-5)^2 = 49x^4 - 2\cdot7x^2\cdot5 + 5^2 = 49x^4 - 70x^2 + 25$

③ $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

$(2a^4+3b^3)\cdot(2a^4-3b^3) = 4a^8 - 9b^6$