ÜBERSICHT

Lineare Funktionen

1 Erklärung „Funktion“

2 Lineare Funktionen

3 Die **Steigung m** einer Geraden

4 Proportionale Zuordnungen

5 Punktberechnungen

6 Berechnung der Nullstelle

7 Schnittpunktberechnung

8 Berechnung der Geradengleichung

9 Parallele und senkrechte Geraden

allgemeine
Geradenform:

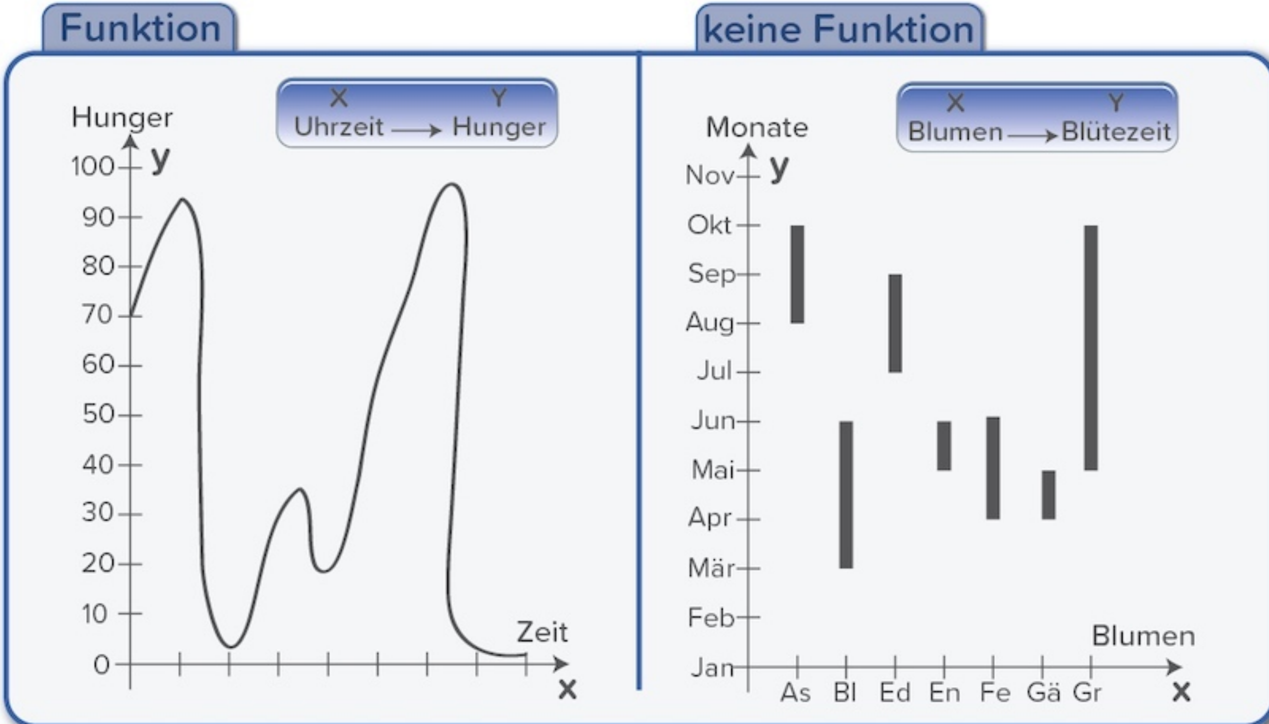
$$f(x) = y = m \cdot x + b$$

Steigung

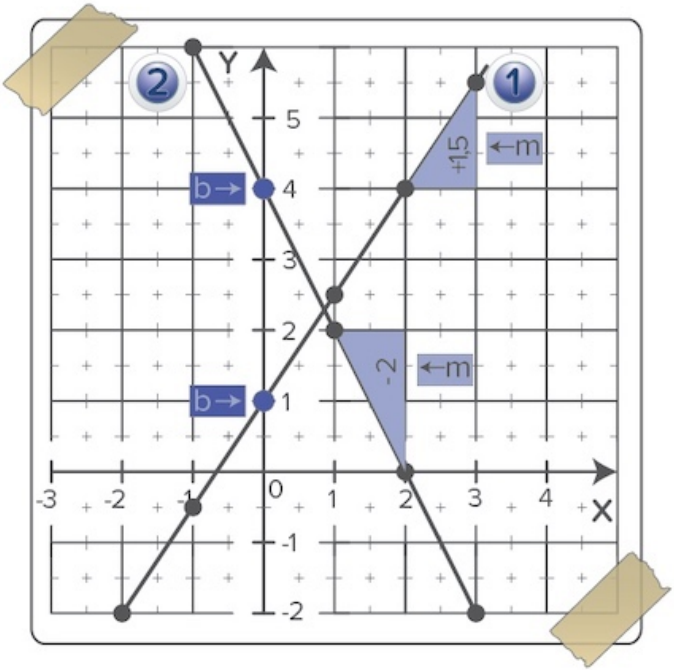
Schnittpunkt y-Achse

Erklärung „Funktion“

Eine Funktion ist eine **eindeutige Zuordnung.** Bei ihr wird jedem Wert aus dem 1.Bereich genau ein Wert aus dem 2.Bereich zugeordnet.



Lineare Funktionen sind Geraden und ergeben daher als Bild eine gerade Linie. Die Funktionsvorschrift kann mithilfe der **allgemeinen Geradenform** bestimmt werden.



Funktionsvorschrift

allgemeine Geradenform:

$$f(x) = y = \underbrace{m}_{\text{Steigung}} \cdot x + \underbrace{b}_{\text{Schnittpunkt y-Achse}}$$

1 $f(x) = 1{,}5x + 1$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	-3,5	-2	-0,5	1	2,5	4	5,5
				b		m (+1,5)	

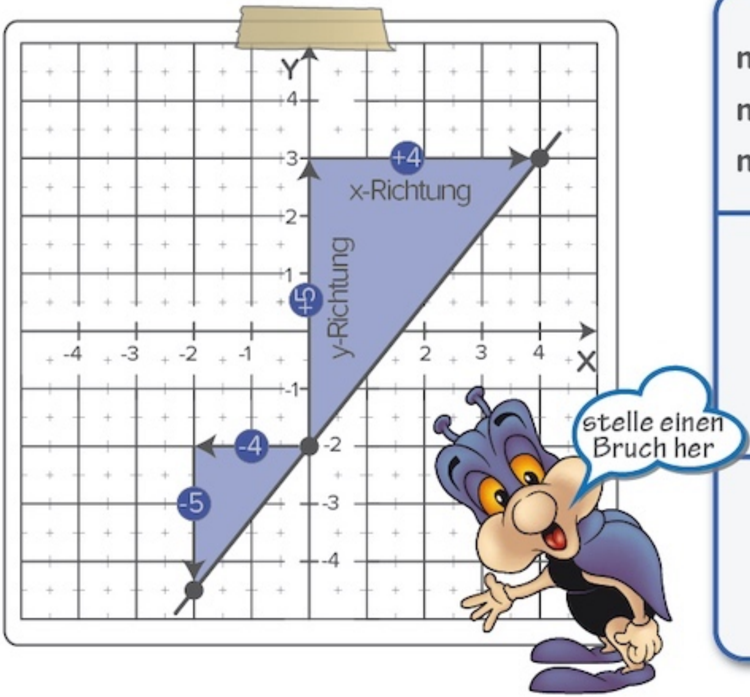
x: 2 → 3: +1; y: 4 → 5,5: +1,5 (m)

2 $f(x) = -2x + 4$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	10	8	6	4	2	0	-2
				b		m (-2)	

x: 2 → 3: +1; y: 0 → -2: -2 (m)

Die Steigung m einer linearen Funktion gibt an, wie steil die Gerade ist. Dabei ist die Steigung immer gleichbleibend oder linear.



Steigung m

m > 0 → Gerade steigt

m < 0 → Gerade fällt

m = 0 → Gerade ist waagerecht

$$m = \frac{\text{y-Richtung}}{\text{x- Richtung}}$$

m > 0 → $\frac{+y}{+x}$ *oder* $\frac{-y}{-x}$

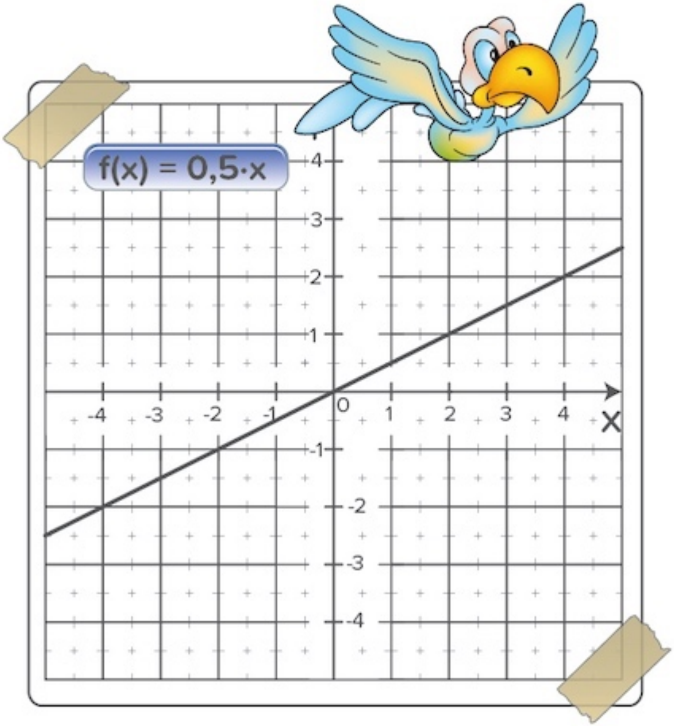
m < 0 → $\frac{+y}{-x}$ *oder* $\frac{-y}{+x}$

$$f(x) = y = \boxed{1{,}25}\,x - 2$$

Steigung m $= \frac{5}{4}$

Proportionale Zuordnungen

Proportionale Zuordnungen sind besondere lineare Funktionen. Die Gerade verläuft durch den Punkt (0/0). Wird der X-Wert verdoppelt (verdreifacht, halbiert,...), so verdoppelt (verdreifacht, halbiert, ...) sich auch der Y-Wert.



Wertetabelle

:(-2) ·3

X	-2	-1	0	1	2	3	4
Y	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2

:(-2) ·3

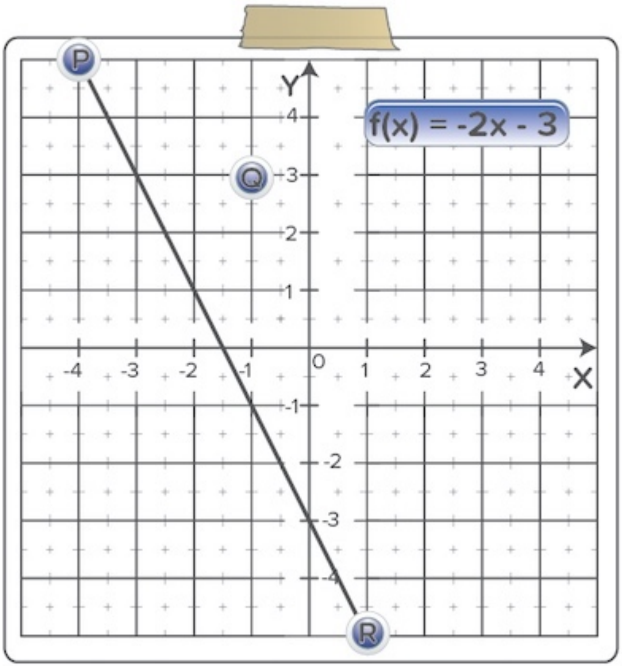
Sachbeispiele

Äpfel (kg) → Preis (€)

Benzin (l) → Preis (€)

Schüler → Notenanzahl

Liegt ein Punkt auf einer Geraden, dann müssen seine Koordinaten die Geradengleichung erfüllen.



Punkt P(-4/5)

einsetzen · vergleichen

P(-4/5)

$f(-4) = (-2)\cdot(-4) - 3 = 8-3 = 5 \checkmark$

Der Punkt liegt auf der Geraden

Punkt Q(-2/3)

einsetzen · vergleichen

Q(-2/3)

$f(-2) = (-2)\cdot(-2) - 3 = 4-3 = 1 \neq 3$

*Der Punkt liegt **nicht** auf der Geraden*

Punkt R (1/y)

einsetzen · ausrechnen

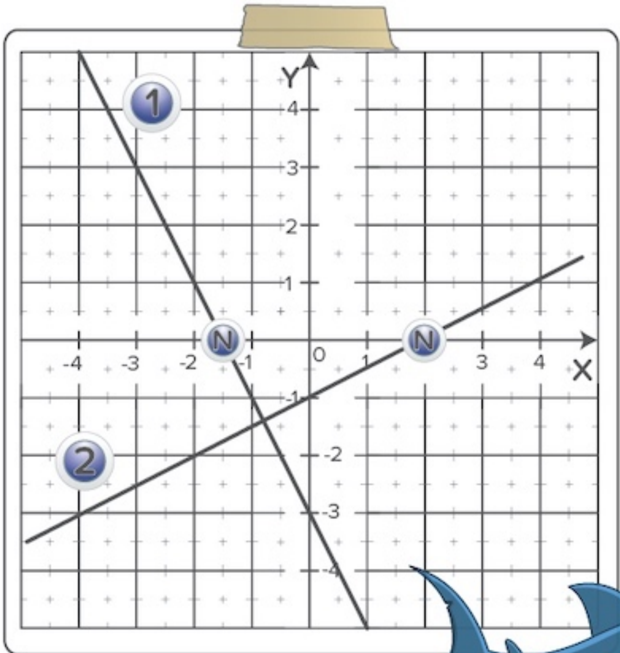
R(1/y)

$f(1) = (-2)\cdot 1 - 3 = -2-3 = -5$

Die y-Koordinate beträgt -5

6 Berechnung der Nullstelle

Die Nullstelle einer Funktion ist der **Schnittpunkt mit der X-Achse.**
Die Y-Koordinate dieses Punktes ist Null.



Nullstellen

$f(x) = y = -2 \cdot x - 3$

① $y=0 \rightarrow$

$$\begin{aligned} 0 &= -2x - 3 \quad &&| +3 \\ 3 &= -2x &&| :-2 \\ x &= -1{,}5 \end{aligned}$$

N(-1,5/0)

$f(x) = y = 0{,}5 \cdot x - 1$

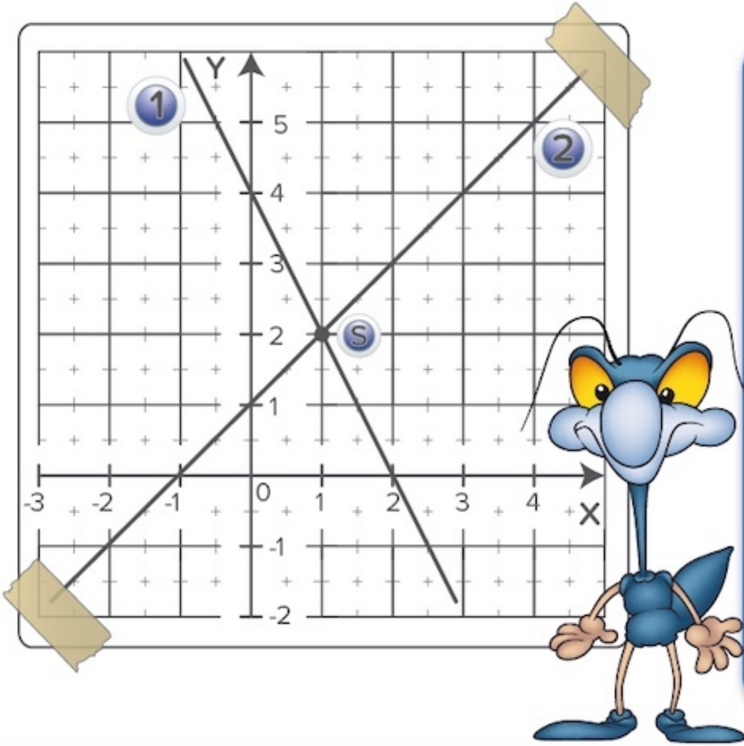
② $y=0 \rightarrow$

$$\begin{aligned} 0 &= 0{,}5x - 1 \quad &&| +1 \\ 1 &= 0{,}5x &&| :0{,}5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

N(2/0)

Schnittpunktberechnung

Wenn zwei Geraden sich schneiden, entsteht ein Schnittpunkt. Die Koordinaten vom Schnittpunkt müssen beide Geradengleichungen erfüllen.



Schnittpunkt

1 $y = -2x + 4$ 2 $y = x + 1$

Setze beide Funktionsgleichungen gleich und löse die Gleichung nach x auf.

$$\begin{aligned} -2x + 4 &= x + 1 &&|+2x \\ 4 &= 3x + 1 &&|-1 \\ 3 &= 3x &&|:3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

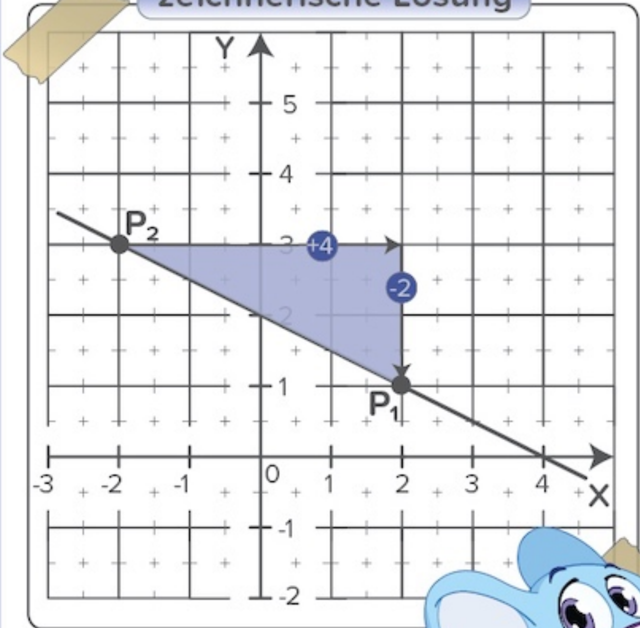
Setze die x-Koordinate in eine Funktionsgleichung ein und berechne damit die y-Koordinate.

1 $\rightarrow y = (-2)\cdot 1 + 4 = -2 + 4 = 2$

S (1 / 2)

Lineare Funktionen

zeichnerische Lösung



① 1Punkt & Steigung

Setze die Koordinaten des Punktes und die Steigung in die allgemeine Geradengleichung ein und löse nach b auf.

$x = -2; y = 3$ und $m = -0{,}5$

Q(-2/3) & m=-0,5

$y = m \cdot x + b \rightsquigarrow 3 = (-0{,}5) \cdot (-2) + b$

$3 = 1 + b$

$\mathbf{b = 2}$

② 2 Punkte

Berechne zunächst mithilfe der Punkte die Steigung m.

$x_1 = 2$ und $y_1 = 1$ / $x_2 = -2$ und $y_2 = 3$

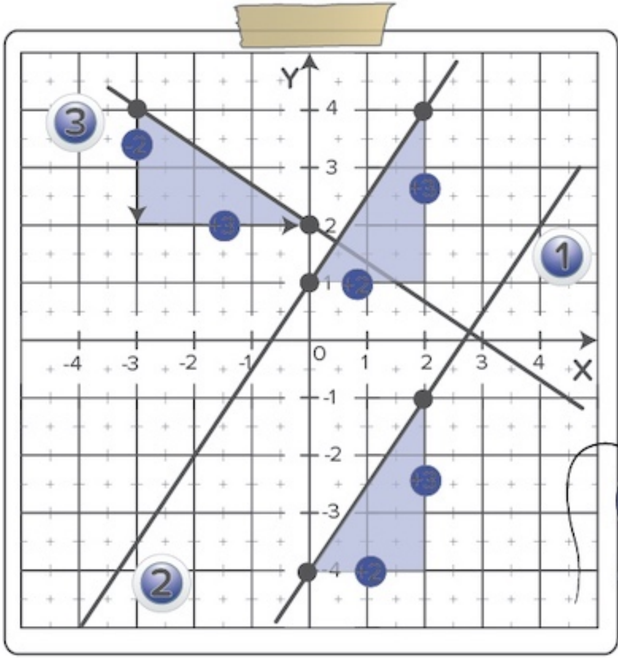
P_1 (2/1) und P_2 (-2/3)

$$\mathbf{m} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{1-3}{2-(-2)} = \frac{-2}{4} = \mathbf{-0{,}5}$$

Stelle danach mithilfe eines **beliebigen Punktes** und der berechneten Steigung eine Gleichung auf und berechne damit b.

siehe ① $\rightsquigarrow$ **Q(-2/3) & m = -0,5**

Bei **parallelen Geraden** sind die Steigungen **identisch**. Bei **senkrechten Geraden** sind die Steigungen **negativ-reziprok**.



① Parallele Geraden ②

① $y = \frac{+3}{+2}x - 4 = \mathbf{1{,}5x - 4}$

gleiche Steigung

② $y = \frac{+3}{+2}x + 1 = \mathbf{1{,}5x + 1}$

② Senkrechte Geraden ③

② $y = \frac{+3}{+2}x + 1 = \mathbf{1{,}5x + 1}$

negativ-reziproke Steigung

③ $y = \frac{-2}{+3}x + 2 = \mathbf{-\frac{2}{3}x + 2}$

Vertausche **Zähler und Nenner** und das **Vorzeichen**