

# ÜBERSICHT

## Rationale Zahlen

1 Die Menge der ganzen Zahlen

2 Ganze Zahlen vergleichen

3 Anordnung von rationalen Zahlen

4 Zunahme / Abnahme

5 Zusammenzählen von rationalen Zahlen

Rationalen Zahlen 6 addieren 7 subtrahieren

8 Geschicktes Rechnen

9 Multiplikation und Division

### Regel

2 gleiche Vorzeichen

$+(+)$

$-(-)$



$+$

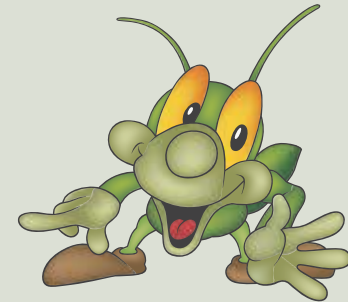
2 ungleiche Vorzeichen

$+(-)$

$-(+)$



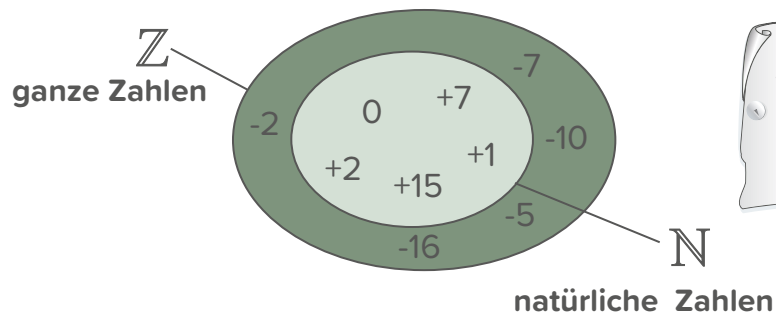
$-$



# Die Menge der ganzen Zahlen

Die Menge der **ganzen Zahlen** besteht aus allen **natürlichen Zahlen** und deren **negativen Gegenzahlen**.

Das Vorzeichen + oder - gibt an, ob die Zahl über oder unter der Null liegt.



+5 ist die Gegenzahl von -5  
die Gegenzahl von -7 ist +7

## Beispiele

negative/positive Zahlen werden benutzt, um damit Zustände angeben zu können, z.B. bei:

### Temperaturen

unter/über  
 $0^{\circ}\text{C}$

### Kontoständen

Schulden/  
Guthaben

### Ortsangaben

unter/über dem  
Meeresspiegel

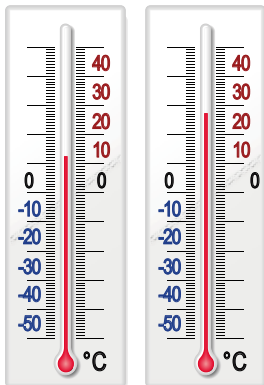
### Punktestände

Minuspunkte/  
Pluspunkte

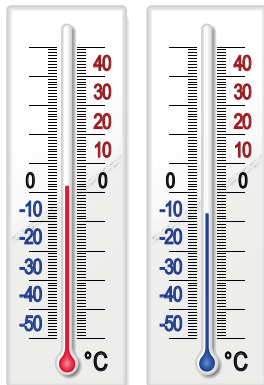


# 2

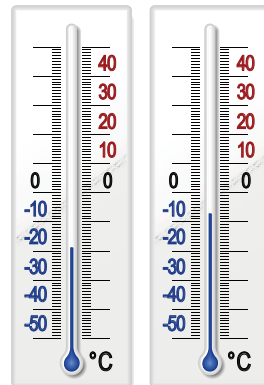
## Ganze Zahlen vergleichen



+12°C ist niedriger als +27°C  
 $+12 < +27$



+2°C ist höher als -7°C  
 $+2 > -7$



-19°C ist niedriger als -7°C  
 $-19 < -7$

### Regel

je weiter links desto

**k l e i n e r**

je weiter rechts desto

**g r ö ß e r**

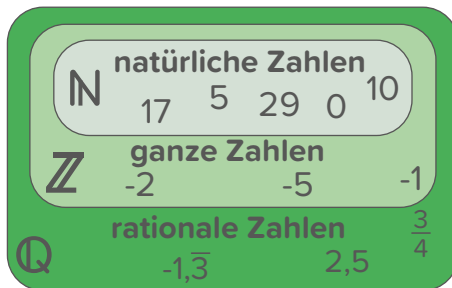
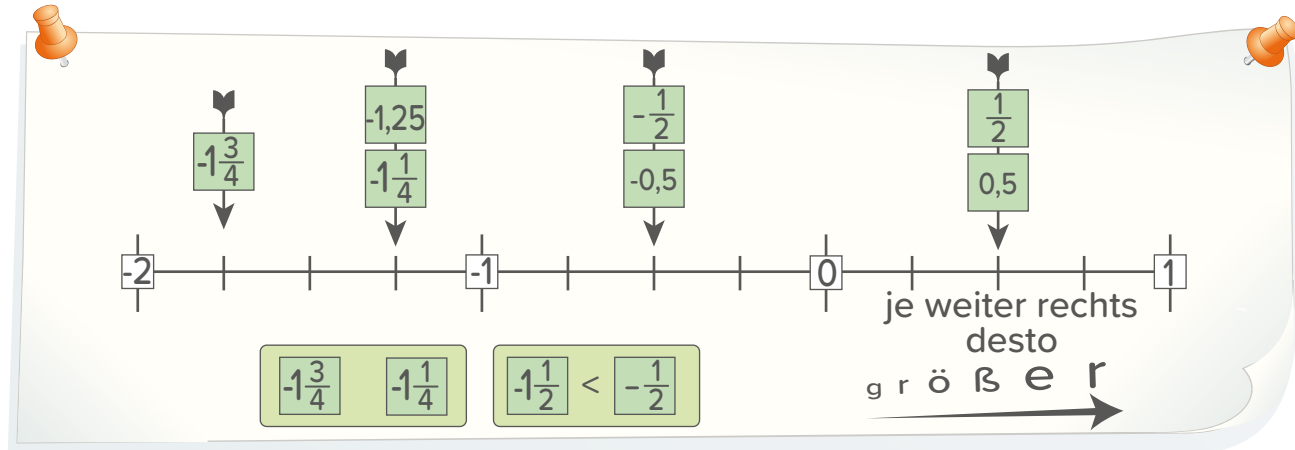


Die Zahl, die auf der Zahlengerade *weiter links* steht,  
 ist die *kleinere* Zahl.



# Anordnung von rationalen Zahlen

Die **rationalen Zahlen** sind alle positiven und negativen Zahlen, die sich als Brüche notieren lassen. Auch die Zahl 0 ist eine rationale Zahl.



## Betrag einer Zahl

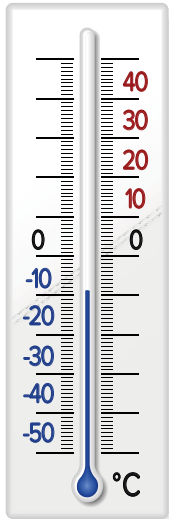
Den Abstand einer Zahl von 0 nennt man ihren Betrag

$$|-3,8| = 3,8 = |+3,8| \quad |-1,87| = 1,87$$

# 4 Zunahme / Abnahme

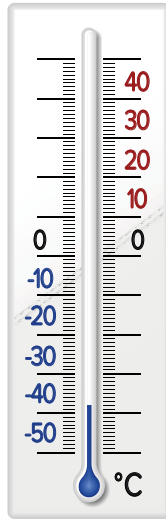
Rationale Zahlen können auch dazu benutzt werden, um **Zustandsänderungen** anzugeben. Dabei nimmt ein bestimmter Ausgangswert bei positiven Zahlen zu und bei negativen Zahlen ab.

$$-9 - 29 = -38$$



-9°  
Ausgangswert

Veränderung  
↓  
-29°



-38°  
Endwert

## Beispiele



Temperatur steigt um 12,1°

$$-1 + 12,1 = +11,1$$

11,50€ einzahlen

$$-2 + 11,50 = +9,50$$

5 Etagen nach unten fahren

$$+4 - 5 = -1$$

18 Minuspunkte bekommen

$$-3 + 15 = -21$$

# Zusammenzählen von rationalen Zahlen

Beim Zusammenzählen von zwei rationalen Zahlen entscheidet das Vorzeichen der Zahlen, ob addiert oder subtrahiert werden muss.

## gleiche Vorzeichen

$$+124 + 319$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ + 319 \\ \hline 443 \end{array}$$

$$+ 443$$

addiere beide Zahlen



$$- 425 - 267$$

$$\begin{array}{r} 425 \\ + 267 \\ \hline 692 \end{array}$$

$$- 692$$

das Ergebnis erhält das gemeinsame Vorzeichen

## ungleiche Vorzeichen

$$-257 + 492$$

$$\begin{array}{r} 492 \\ - 257 \\ \hline 235 \end{array}$$

$$+ 235$$

subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl



$$+ 188 - 519$$

$$\begin{array}{r} 519 \\ - 188 \\ \hline 331 \end{array}$$

$$- 331$$

das Ergebnis erhält das Vorzeichen der vom Betrag größeren Zahl



Brüche

$$1\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4}$$

$$\rightarrow 3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$$

$$\rightarrow 2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4} = 1\frac{2}{4}$$

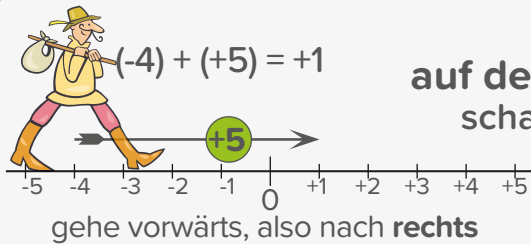
$$\rightarrow \text{Ergebnis: } -1\frac{2}{4}$$

# 6

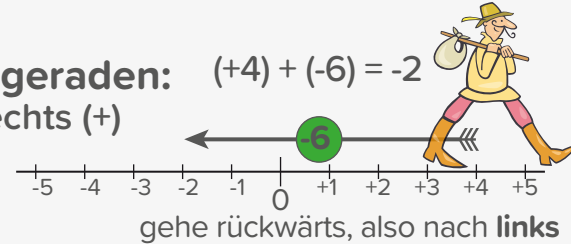
## Rationalen Zahlen addieren

Beim Addieren einer rationalen Zahl, kann man entweder eine positive oder eine negative dazuzählen.

positive Zahl



negative Zahl



auf der Zahlengeraden:  
schau nach rechts (+)

$$(+4) + (-6) = -2$$

$(-8) + (+5) = -3$

Vorzeichen

Pluspunkte dazuzählen  
es wird mehr

bei einem Spiel:  
Punkte dazuzählen

$(+2) + (-6) = -4$

Rechenzeichen

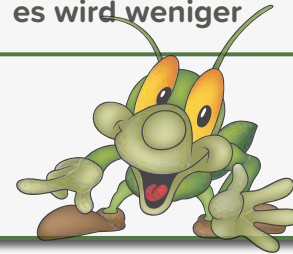
Minuspunkte dazuzählen  
es wird weniger

Regel

$$(-8) + (+5) = -3 = -8 + 5$$

$$(+2) + (-6) = -4 = 2 - 6$$

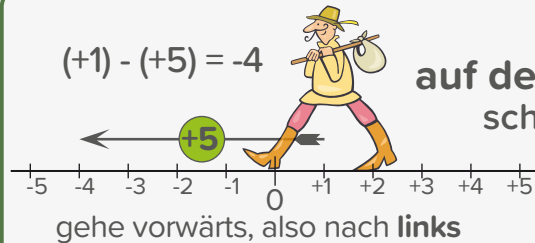
Vereinfache, indem du  
das Rechenzeichen und die  
Klammern weglässt



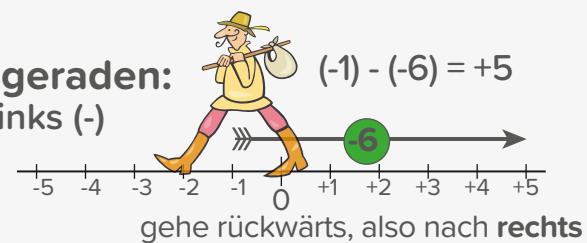
# Rationalen Zahlen subtrahieren

Beim Subtrahieren einer rationalen Zahl, kann man entweder eine positive oder eine negative abziehen.

positive Zahl



negative Zahl



auf der Zahlengeraden:  
schau nach links (-)

bei einem Spiel:  
Punkte dazuzählen

$(-4) - (+6) = -10$

Vorzeichen

Pluspunkte abziehen  
es wird weniger

$(+1) - (-6) = +7$

Rechenzeichen

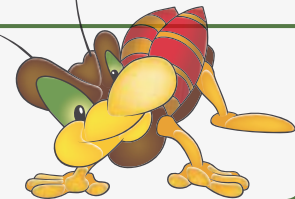
Minuspunkte abziehen  
es wird mehr

Regel

$$(-7) - (+5) = -12 = -7 - 5$$

$$(+1) - (-6) = +7 = +1 + 6$$

Vereinfache, indem du  
das Rechenzeichen weglässt  
und die Gegenzahl nimmst





Beim Addieren und Subtrahieren von rationalen Zahlen ist es manchmal geschickt, aus 2 Zeichen 1 Zeichen zu machen bzw. die Zahlen zu sortieren.

### Rezept zum Rechnen

**Mache aus**

**2 Zeichen 1 Zeichen**

Wenn einem Rechenzeichen direkt ein Vorzeichen folgt, dann kannst du die Aufgabe vereinfachen:

**2 gleiche Vorzeichen**

$\begin{matrix} + (+) \\ - (-) \end{matrix} \rightarrow + \text{ Zeichen}$

**2 ungleiche Vorzeichen**

$\begin{matrix} + (-) \\ - (+) \end{matrix} \rightarrow - \text{ Zeichen}$

**Beispiel:**

$(-19) + (-4) - (-5) - (+7) =$   
 $-19 - 4 + 5 - 7 = -25$

**Sortiere die Zahlen**

Fasse zuerst alle positiven Zahlen und alle negativen Zahlen zusammen. Subtrahiere danach beide Ergebnisse voneinander:

**Beispiel:**  
 Bei einem Spiel soll nach 5 Runden der aktuelle Spielstand berechnet werden.


$-45 + 23 - 32 - 12 + 27$

**alle Pluspunkte**  
 $23 + 27 = 50$

**alle Minuspunkte**  
 $45 + 32 + 12 = 89$

zusammenfassen

$\rightarrow \begin{matrix} +50 \\ \text{Plus-} \\ \text{punkte} \end{matrix} - \begin{matrix} -89 \\ \text{Minus-} \\ \text{punkte} \end{matrix} = -39$



# Multiplikation und Division

Multipliziere bzw. dividiere zunächst ohne Vorzeichen. Setze danach im Ergebnis das richtige Vorzeichen.

## 2 gleiche Vorzeichen

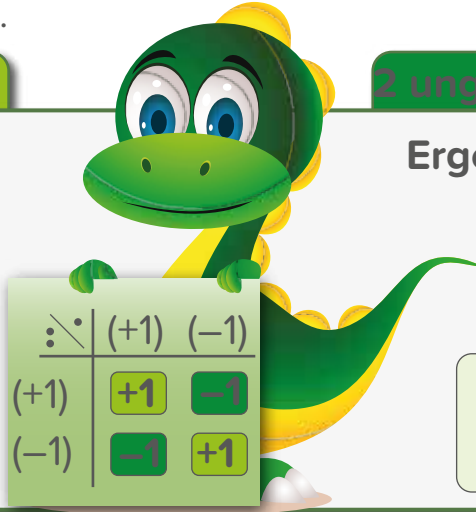
Ergebnis ist positiv



### Beispiele

$$(+8) \cdot (+4) = +32$$

$$(-18) : (-2) = +9$$



## 2 ungleiche Vorzeichen

Ergebnis ist negativ



### Beispiele

$$(+7) \cdot (-3) = -21$$

$$(-24) : (+6) = -4$$

## mehrere Faktoren

gerade Anzahl  
von Minusfaktoren

$$(+1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$$

ungerade Anzahl  
von Minusfaktoren

$$(+1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

