Exponentialfunktionen

Exponentialfunktionen

1 Funktionen der Form $f(x) = q^x$

2 Funktionen der Form $f(x) = a \cdot q^x$

Trigonometrische Funktionen

3 sin und cos im Einheitskreis

4 Die Sinus-Funktion

5 Die Kosinus-Funktion

6 Transformationen der Sinusfunktion → $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$

Sinusfunktion

Streckung in y-Richtung

Streckung in x-Richtung

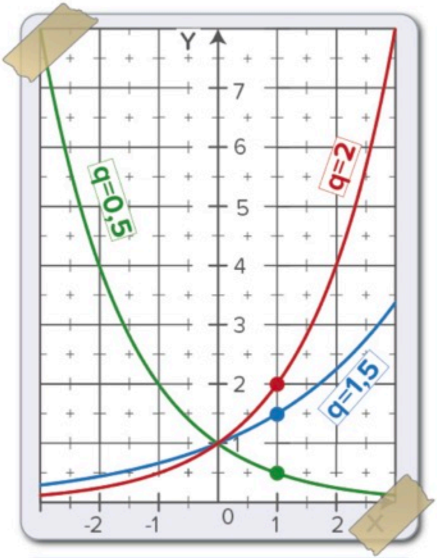
$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$$

Amplitude

Periode $p \rightarrow \frac{2\pi}{b}$

Funktionen der Form $f(x) = q^x$

Exponentialfunktionen haben die Form $y = q^x$, wobei q nur positiv und nicht 1 sein darf.



achsensymmetrisch: q^x und $\left(\frac{1}{q}\right)^x$

Eigenschaften

- alle Funktionen gehen durch (0/1), da $b^0 = 1$
- b-Wert ablesbar bei (1/b), da $b^1 = b$
- nur positive y-Werte; x-Achse ist *Asymptote*

$q > 1$

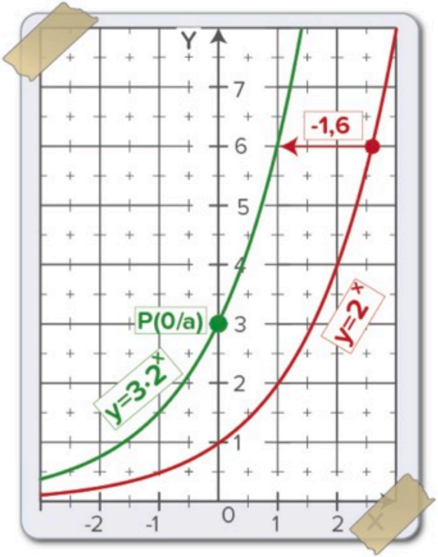
- Funktion ist steigend
- je größer q desto steiler der Verlauf bei positiven x-Werten
- je größer q desto flacher der Verlauf bei negativen x-Werten

$0<q<1$

- Funktion ist fallend
- je kleiner q desto höhere y-Werte und steiler der Verlauf bei negativen x-Werten
- je kleiner q desto kleinere y-Werte und flacher der Verlauf bei positiven x-Werten

Funktionen der Form $f(x) = a \cdot q^x$

Funktionen der Form $y = a \cdot q^x$ sind **verschobene Exponentialfunktionen.**



Bestimmung der Vorschrift

durch Ablesen

1. P(0/3) liefert a=3, da $a \cdot q^0 = 3$
   Q(1/6) liefert $6 = 3 \cdot q^1$, also q=2

durch Rechnung

2. Gegeben sind die Punkte R(2/12) und S(-1/1,5)

$$
\begin{aligned}
&R\rightarrow && 12 = a \cdot q^2;\ \text{also gilt } a = \frac{12}{q^2}\\
&S\rightarrow && 1{,}5 = a \cdot q^{-1}\\
&\text{a ersetzt}\rightarrow && 1{,}5 = \frac{12}{q^2} \cdot q^{-1} = \frac{12}{q^3} \quad \Big|\cdot q^3\\
& && 1{,}5 \cdot b^3 = 12 \quad \Big|: 1{,}5 \text{ und } \sqrt[3]{}\\
& && b = 2 \text{ und } a = \frac{12}{q^2} = 3
\end{aligned}
$$

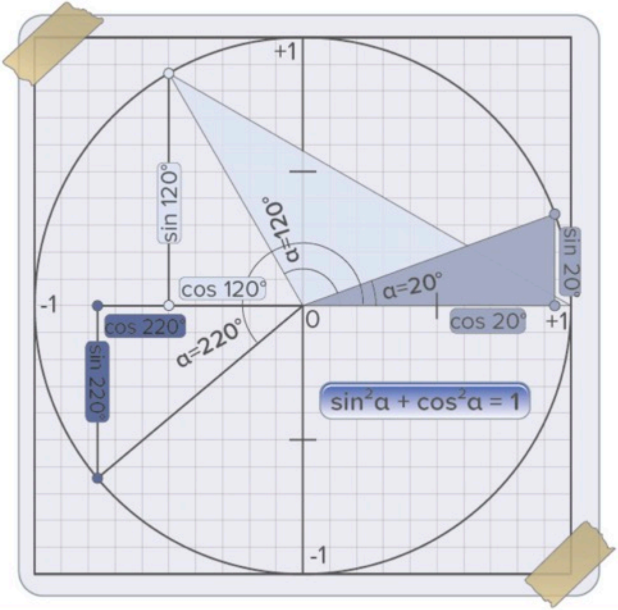
Verschiebung

3. Verschiebung *entgegengesetzt*

$$y = 3 \cdot 2^x = 2^{1{,}6} \cdot 2^x = 2^{x+1{,}6}$$

$$3 = 2^v \leftrightarrow v = \log_2 3 \approx 1{,}58$$

Im Einheitskreis (Radius 1) können die Sinus- und Kosinuswerte konstruiert werden.



Sinus-Werte:
Schritte in y-Richtung

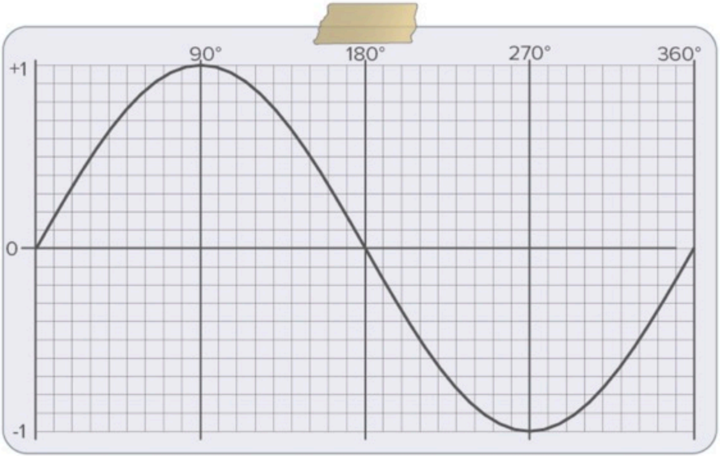
Kosinus-Werte:
Schritte in x-Richtung

$\sin 20° \approx 0{,}35$
$\cos 20° \approx 0{,}93$

$\sin 120° \approx 0{,}86$
$\cos 120° = -0{,}5$

$\sin 220° \approx -0{,}64$
$\cos 220° = -0{,}77$

4 Die Sinus-Funktion



Besondere Werte

alle y-Werte liegen zwischen +1 und -1

sin 0° = sin 180° = sin 360° = 0
sin 90° = +1
sin 270° = -1

Eigenschaften

punktsymmetrisch bei 180°

steigend zwischen
0° und 90° bzw. 270° und 360°

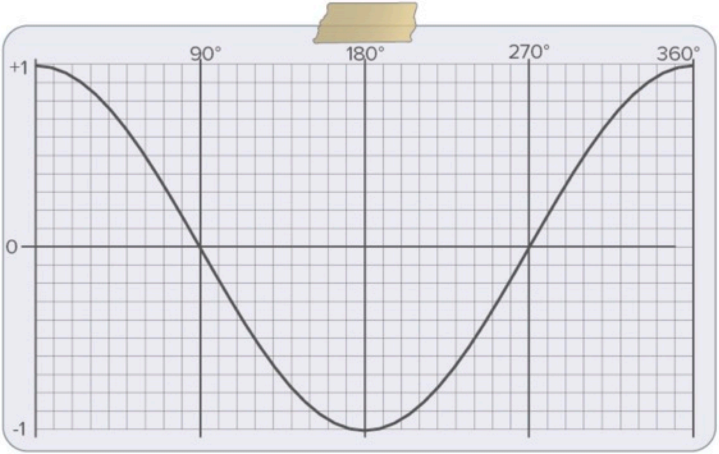
fallend zwischen
90° und 270°

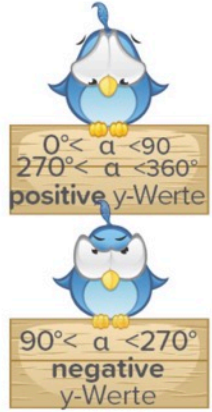
Es gilt:

für 0° < α < 180°
sinα = (180°- α)

für 180° < α < 360°
sinα = (540° - α)

Die Kosinus-Funktion



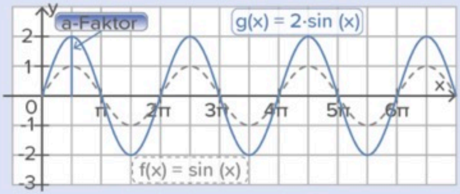


Besondere Werte	Eigenschaften	Es gilt:
alle y-Werte liegen zwischen +1 und -1 cos 90° = cos 270° = 0 cos 0° = cos 360° = +1 cos 180° = -1	**achsensymmetrisch bei 180°** **steigend zwischen** 180° und 360° **fallend zwischen** 0° und 180°	**für 0° ≤ α ≤ 360°** cosα = cos (380°- α)

6 Transformation der Sinusfunktion → $f(x) = a\cdot \sin(b\cdot x)$

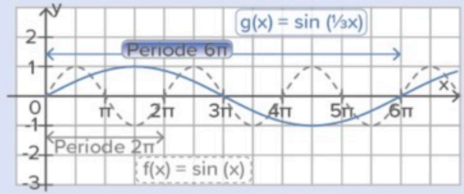
Auch die Sinusfunktion mit **f(x) = sin (x)** kann gestreckt bzw. gestaucht werden.

Streckung in y Richtung



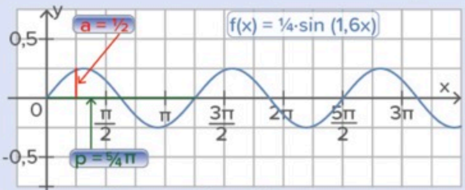
$0<a<1$ → Stauchung

Streckung in x Richtung



$b>1$ → Stauchung

Streckung in x und y Richtung



$$p = \frac{2\pi}{b} \rightarrow \frac{5}{4}\pi = \frac{2\pi}{b} \quad |\cdot b$$

$$b \cdot \frac{5}{4}\pi = 2\pi \quad \Big|: \frac{5\pi}{4} \rightarrow b = 1{,}6$$

Streckung in y-Richtung | Streckung in x-Richtung

$$f(x) = a\cdot \sin(b \cdot x)$$

Amplitude | Periode $p \rightarrow \frac{2\pi}{b}$